THẦY VŨ HỒNG TÚ

HÌNH HỌC 10

CHƯƠNG 2

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉCTƠ VÀ ỨNG DỤNG

☑ TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉCTƠ.
☑ BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉCTƠ.
☑ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC.

LƯU HÀNH NỘI BỘ LỚP TOÁN THẦY TÚ
HỌ VÀ TÊN HỌC SINH:

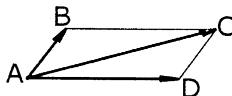
NĂM 2020 – 2021

Bài 1 TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

I CÁC QUY TẮC VECTƠ

① Tổng hai véctơ:

1.1 *Quy tắc ba điểm của phép cộng:* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



1.2 *Quy tắc hình bình hành:* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

② Véctơ đối: 2.1 *Quy tắc véctơ đối:* $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

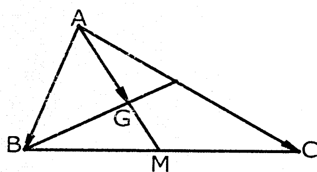
2.2 *Nếu I là trung điểm AB* $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}$.



③ Hiệu của hai véctơ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$

④ Tích vectơ với một số: *Cho vectơ $\vec{a}\neq\vec{0}$ và một số thực k≠0. Tích của số k với vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $k.\vec{a}$ chỉ một vectơ cùng phương với $\vec{a}$ và cùng hướng với $\vec{a}$ nếu k>0(ngược hướng $\vec{a}$ nếu k<0). Khi đó độ dài của* $\left|k.\vec{a}\right|=\left|k\right|.\left|\vec{a}\right|$

⑤ Quy tắc trung điểm và quy tắc trọng tâm:



• *Cho △ABC có trọng tâm là G và M là trung điểm BC. Khi đó ta có:*

5.1 $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

5.2 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$

5.3 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}$

5.4 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

5.5 $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$, *với mọi điểm M.*

II TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

① **Góc giữa hai vectơ:** *Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì, vẽ $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Góc $\alpha=\widehat{AOB}$, trong đó: $0^0\leq\alpha\leq180^0$ hay $0\leq\alpha\leq\pi$ là góc của $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu: $(\vec{a};\vec{b})$.*

Chú ý:

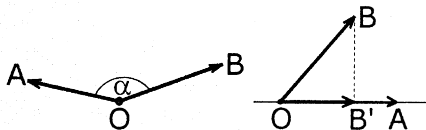
ⓐ *Nếu $\vec{a}=\vec{0}$ hay $\vec{b}=\vec{0}$ thì ta xem góc giữa hai vectơ là tuỳ ý từ 0^0 đến 180^0.*

ⓑ *Nếu $\alpha=0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.*

ⓒ *Nếu $\alpha=180^0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng.*

② **Định nghĩa tích vô hướng:** *Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, ký hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$, được định nghĩa bởi:* $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos(\vec{a},\vec{b})$

2.1 *Như vậy tích vô hướng:* $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=OA.OB.\cos(\widehat{AOB})$



Chú ý:

ⓐ *Nếu $\vec{a}=\vec{0}$ hay $\vec{b}=\vec{0}$ thì quy ước $\vec{a}.\vec{b}=0$.*

ⓑ *Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng thì* $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$

ⓒ *Nếu* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *ngược hướng thì* $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

ⓓ *Khi tính tích vô hướng luôn đưa hai vectơ về cùng điểm gốc.*

ⓔ *Tính góc A của* $\triangle ABC$ *thỏa* $\cos A=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB.AC}$

2.2 $\vec{a}^2=\vec{a}.\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}^2=AB^2$.

2.3 $(\vec{a},\vec{b})=90^0 \Leftrightarrow \vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0$.

2.4 $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB'}$ *với* $\overrightarrow{OB'}$ *là hình chiếu của* $\overrightarrow{OB}$ *lên giá của của véctơ* $\overrightarrow{OA}$ *(đường thẳng chứa véctơ* $\overrightarrow{OA}$*).*

③ ***Các tính chất của tích vô hướng:*** *Cho ba vectơ* $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ *bất kì và mọi số thực k ta có:*

3.1 $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{a}$.

3.2 $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$.

3.3 $(k.\vec{a}).\vec{b}=k(\vec{a}.\vec{b})=\vec{a}.(k.\vec{b})$.

3.4 $\vec{a}^2\geq 0$ *và* $\vec{a}^2=0$ *khi* $\vec{a}=\vec{0}$.

3.5 $(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+2.\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2$.

3.6 $(\vec{a}-\vec{b})^2=\vec{a}^2-2.\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2$.

3.7 $\vec{a}^2-\vec{b}^2=(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})$.

III BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG.

2.1 $\vec{a}\pm\vec{b}=(x_1\pm x=2;y_1\pm y_2)$

2.2 $k.\vec{a}=(k.x_1;\ k.y_1)$

2.3 $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=x_2\\ y_1=y_2\end{cases}$

2.4 $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}\Leftrightarrow\exists k$ thỏa: $\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}\Leftrightarrow x_1.y_2-x_2.y_1=0$

2.5 $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{x_1^2+y_2^2}$

2.6 $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

2.7 *M là trung điểm AB & G là trọng tâm của △ABC:*

$$M\begin{cases}x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{cases}\text{ và }G\begin{cases}x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\end{cases}$$

2.8 $\vec{a}.\vec{b}=x_1.x_2+y_1.y_2$. *Suy ra:* $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=x_1.x_2+y_1.y_2=0.$

2.9 $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{x_1.x_2+y_1.y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}.\sqrt{x_2^2+y_1^2}}$ ↓ lưu ý

$\Rightarrow$ *Góc A của △ABC thỏa* $\cos A=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB.AC}$

CÂU 1. Cho △ABC đều cạnh a, tâm O và AH là đường cao. Tính tích vô hướng:

ⓐ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. ⓑ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$. ⓒ $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB}-2.\overrightarrow{AC})$.

ⓓ $\overrightarrow{BC}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$. ⓔ $\overrightarrow{OA}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$. ⓕ $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BA}$.

CÂU 2. Cho △ABC có AB=5, BC=7, CA=8.

ⓐ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ và tính góc $\widehat{BAC}$.

ⓑ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

ⓒ Gọi D là điểm trên cạnh AC sao cho 3CD=AC. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB}$.

ⓓ Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho 3IB=5IC. Tính: $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC}$.

ⓔ Tính độ dài đường phân giác trong AE và phân giác ngoài AF.

CÂU 3. Cho $\triangle ABC$ có AB=2, AC=3 và $\widehat{BAC}=120^0$.

ⓐ Tính độ dài cạnh BC.

ⓑ Tính độ dài trung tuyến AM.

ⓒ Gọi I,J là các điểm định bởi: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}, \overrightarrow{JB}-2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Tính độ dài IJ.

ⓓ Tính độ dài BK, với điểm K thoả: $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{KC}=\vec{0}$.

ⓔ Tính độ dài đường phân giác trong AD và phân giác ngoài AE.

CÂU 4. Cho $\triangle ABC$ có AB=6, AC=8, BC=11.

ⓐ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ &cosA.

ⓑ Trên cạnh AB, lấy điểm M sao cho AM=2. Trên cạnh AC, lấy điểm N sao cho AN=4. Tính tvh $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}$.

ⓒ Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

CÂU 5. Cho $\triangle ABC$ có AB=2, AC=3, BC=4.

ⓐ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ &cosA.

ⓑ Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BC}$.

ⓒ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}.\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}.\overrightarrow{GA}$.

ⓓ Gọi D là chân đường phân giác trong góc A. Tính độ dài AD.

CÂU 6. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, M là điểm tùy ý. Chứng minh:

ⓐ $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB}=0$

ⓑ $MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.Suy ra vị trí của điểm M để $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất.

CÂU 7. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a. Trên đoạn AC lấy điểm M sao cho MA=2MC, trên đoạn BC lấy điểm N sao cho NB=4NC.

ⓐ Tính $\overrightarrow{BM}$&$\overrightarrow{AN}$ theo $\overrightarrow{AB}$&$\overrightarrow{AC}$.
ⓑ Chứng minh BM⊥AN.

CÂU 8. Cho △ABC đều cạnh 3a. Lấy các điểm M, N, P lần lượt trên các cạnh BC, CA, AB sao cho BM=a,CN=2a,AP=x, (0<x<3a).

ⓐ Tính $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ & $\overrightarrow{AC}$.

ⓑ Chứng minh: $\overrightarrow{PN}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\frac{x}{a}.\overrightarrow{AB})$.

ⓒ Tìm x để: AM ⊥PN.

CÂU 9. Cho △ABC vuông tại A, biết: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-4$, $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}=9$.
ⓐ Tính các cạnh của △ABC.

ⓑ Gọi I, J là hai điểm thoả: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, $2\overrightarrow{JB}-\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Tính độ dài đoạn IJ.

CÂU 10. Cho △ABC vuông có cạnh huyền $BC=a\sqrt{3}$. Gọi AM là trung tuyến của tam giác, biết: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\frac{a^2}{2}$. Tính AB và AC.

CÂU 11. Cho hình thang vuông ABCD có đường cao $AB=a\sqrt{3}$, cạnh đáy AD=a, BC=2a.

ⓐ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$ và cos của góc nhọn tao bởi AC, BD.

ⓑ Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, tính: $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{AB}$.

CÂU 12. Cho hình thang ABCD, đường cao AB=2a, đáy lớn BC=3a và đáy nhỏ AD=2a.

ⓐ Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$.
ⓑ Gọi M là trung điểm CD. Chứng minh: AM⊥BD.

CÂU 13. Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AB, đáy nhỏ AD=a, đáy lớn BC=2a, I là trung điểm của AB. Tính AB trong trường hợp sau:

ⓐ $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}=a^2$.

ⓑ $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=a^2$.

ⓒ $\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{ID}=a^2$ với I là điểm giữa của AB.

CÂU 14. Cho hình thang vuông ABCD, có đường cao AB=3a, AD=2a và BC=$\frac{9a}{2}$.

ⓐ Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. ⓑ $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$. ⓒ $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$, suy ra góc $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD})$.

ⓓ Gọi M là trung điểm của AC. Tính $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BD}$, suy ra $\cos\widehat{MBD}$.

CÂU 15. Cho △ABC có đường cao AH, trung tuyến AM. Chứng minh:

ⓐ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AM^2-\frac{BC^2}{4}$.

ⓑ $AB^2+AC^2=2AM^2+\frac{BC^2}{2}$

ⓒ $AB^2-AC^2=2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{MH}$.

CÂU 16. Cho hình chữ nhật ABCD tâm O. Gọi M là điểm tuỳ ý. Chứnh minh:

ⓐ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$

ⓑ $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MD}$

ⓒ $MA^2+MC^2=MB^2+MD^2$

ⓓ $MA^2+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MO}$.

CÂU 17. Gọi H là trực tâm của △ABC và M là trung điểm BC. Chứng minh:

ⓐ $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{MA}=\frac{BC^2}{4}$

ⓑ $MA^2+MH^2=AH^2+\frac{1}{2}BC^2$.

CÂU 18. Cho tứ giác ABCD.

ⓐ Tìm tập hợp điểm M thỏa $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD})=0$.

ⓑ Tìm tập hợp điểm N thỏa $\overrightarrow{NA}(\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC})=0$.

CÂU 19. Cho △ABC vuông tại A. Tìm tập hợp các điểm M thỏa:

ⓐ $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}$. ⓑ $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. ⓒ $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=MA^2$.

CÂU 20. Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H. Gọi M là trung điểm BC. Tính $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{MA}$ theo BC=a.

CÂU 21. Cho hình bình hành ABCD với $AB=\sqrt{3}$, AD=1 và $\widehat{BAD}=30^0$.

ⓐ Tính $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

ⓑ Tính độ dài hai đường chéo AC và BD.

ⓒ Tính $\cos(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD})$.

BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

CÂU 22. Cho A(10;5),B(3;2),C(6;–5). Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại B.

CÂU 23. Cho A(1;–2), B(–3;3), tìm điểm C(x;x+2) sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C.

CÂU 24. Cho A(1;1), B(6;8). Tìm tọa độ điểm M sao cho $\triangle MAB$ vuông cân tại M.

CÂU 25. Cho A(1;1), B(2;4), C(10;–2).

ⓐ Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A.

ⓑ Tìm trực tâm H của $\triangle ABC$.

ⓒ Tính $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ và cosB.

ⓓ Tính $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ và cosC.

CÂU 26. Cho A(5;3), B(2;–1), C(–1;5).

ⓐ Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$.

ⓑ Tìm chân đường cao AA' của $\triangle ABC$.

CÂU 27. Tính góc giữa hai véctơ $\vec{a}$ & $\vec{b}$:

ⓐ $\vec{a}=(2;-3)$ & $\vec{b}=(6;4)$.

ⓑ $\vec{a}=(3;2)$ & $\vec{b}=(5;-1)$.

ⓒ $\vec{a}=(-2;-2\sqrt{3})$ & $\vec{b}=(3;\sqrt{3})$.

CÂU 28. Trong mặt phẳng toạ độ cho hai điểm A(1; –2) và B(–3; 1).

ⓐ Tìm C trên Ox sao cho C cách đều hai điểm A và B?

ⓑ Tính góc AOB?

CÂU 29. Cho hai véctơ:$(\vec{a}+2\vec{b})$ &$(5\vec{a}-4\vec{b})$ vuông góc với nhau, biết: $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$, tính góc của hai véctơ: $\vec{a}$ & $\vec{b}$.

CÂU 30. Cho A(–8;0), B(0;4), C(2;0)&D(–3;–5). Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp được.

CÂU 31. Cho A(–2;1), gọi B là điểm đối xứng của A qua O. Tìm điểm C sao cho △ABC vuông ở C và C có tung độ bằng 2.

CÂU 32. Cho A(1;–1),B(3;0) là hai đỉnh của hình vuông ABCD.Tìm tọa độ đỉnh C,D.

CÂU 33. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M(1;–1) là trung điểm BC & $G(\frac{2}{3};0)$ là trọng tâm △ABC. Tìm các đỉnh A,B,C.

CÂU 34. Cho △ABC, có trọng tâm G(0;4), biết M(2;0) là trung điểm BC. Tìm tọa độ A,B và tâm đường tròn ngoại tiếp △ABC.

CÂU 35. Cho A(1;1), tìm B trên đường thẳng y=2 và điểm C trên trục Ox để △ABC đều.

CÂU 36. Cho △ABC có: A(5,3); B(2,–1); C(–1,5).

ⓐ Tìm điểm M trên trục tung sao cho A, B, M thẳng hàng.

ⓑ Tìm toạ độ chân đường cao kẻ từ A. d/ Tìm E ∈ Ox sao cho

ⓒ Tìm toạ độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp △ABC. (AE + BE) ngắn

CÂU 37. Cho △ABC với A∈Oy và B∈Ox, trung tuyến AM với M(3,2), nhất. đường cao AH với H(1,1). Tìm toạ độ A, B, C. e/ Tìm F ∈ Oy sao cho

CÂU 38. Cho △ABC có A(3;–1), B(–3;2), C(3;5). $(AF^2 + 2BF^2)$ nhỏ

ⓐ Tính chu vi và diện tích △ABC. f/ Tìm P ∈ AB sao cho $PC^2 + 3PC^2$ nhỏ nhất nhất.

ⓑ Tìm trọng tâm G, trực tâm H, tâm I đường tròn ngoại tiếp △ ABC. Chứng minh G, H, I thẳng hàng. c/ Tìm M ∈ Ox để $|\vec{AM} - 3\vec{BM} + 4\vec{CM}|$

CÂU 39. Cho △ABC biết A(1;2), B(–1;1), C(5;–1). nhỏ nhất.

ⓐ Tính $\vec{AB}.\vec{AC}$. d/ I ∈ Oy sao cho $|3\vec{AI} + 4\vec{BI} - 2\vec{CI}|$

ⓑ Tính cosA và sinA. nhỏ nhất.

ⓒ Tìm tọa độ chân đường cao A' của △ABC.

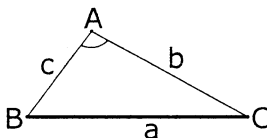
ⓓ Tìm trực tâm H của △ABC.

ⓔ Tìm trọng tâm G, tâm I đường tròn ngoại tiếp △ ABC. Chứng minh G, H, I thẳng hàng.

Bài 2 HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

I ĐỊNH LÍ HÀM SỐ COSIN.

① ĐỊNH LÍ: *Cho tam giác ABC, với a=BC, b=AC và c=AB.*



• $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.cosA$

Chú ý: Công thức thu gọn:

ⓐ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.cosA$

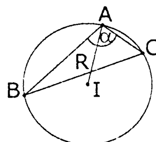
ⓑ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.cosB$

ⓒ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.cosC$.

② HỆ QUẢ:

ⓐ $cosA = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ ⓑ $cosB = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ ⓒ $cosC = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

II ĐỊNH LÍ HÀM SỐ COSIN.

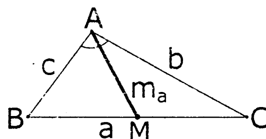


• *Với mọi tam giác ABC, ta có:* $\dfrac{BC}{sinA} = \dfrac{AC}{sinB} = \dfrac{AB}{sinC} = 2R (= 2IA = 2IB = 2IC)$

hay: $\dfrac{a}{sinA} = \dfrac{b}{sinB} = \dfrac{c}{sinC} = 2R$,

trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

III ĐỊNH LÍ ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN



① ĐỊNH LÍ : *Cho tam giác ABC, với a=BC, b=AC, c=AB và M là trung điểm BC. Ta có:* $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \dfrac{BC^2}{2}$

② HỆ QUẢ: *Cho tam giác ABC, với a=BC, b=AC, c=AB và m_a, m_b, m_c là các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A, B và C của $\triangle$ ABC, ta có:*

ⓐ $m_a^2=\dfrac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$ ⓑ $m_b^2=\dfrac{2a^2+2c^2-b^2}{4}$ ⓒ $m_c^2=\dfrac{2a^2+2b^2-c^2}{4}$

IV CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH TAM GIÁC

• Cho tam giác ABC, với a=BC, b=AC, c=AB;
h_a, h_b, h_c là các đường cao tương ứng kẻ từ đỉnh A, B, C; p là nửa chu vi; r và R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác ABC.

① $S=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b=\frac{1}{2}c.h_c$

② $S=\frac{1}{2}bc.\sin A=\frac{1}{2}ac.\sin B=\frac{1}{2}ab.\sin C$

③ $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

④ $S=\frac{abc}{4R}$

⑤ $S=p.r$

CÂU 1. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC}=120^0$, cạnh AB=1 và cạnh AC=2.
ⓐ Tính cạnh BC.
ⓑ Trên CA kéo dài lấy điểm D sao cho BD=2. Tính độ dài AD.

CÂU 2. ⓐ Cho tam giác ABC có cạnh a=7, b=24, c=23. Tính góc A của tam giác ABC.
ⓑ Cho tam giác ABC có a=12, b=13, c=15. Tính cosA và góc A.

CÂU 3. Tính góc lớn nhất của tam giác ABC, biết:
ⓐ Các cạnh a=3, b=4, c=6.
ⓑ Các cạnh a=40, b=3, c=37.

CÂU 4. Cho tam giác ABC có các cạnh thoả $a(a^2-b^2)=c(b^2-c^2)$. Hãy tính góc B của tam giác ABC.

CÂU 5. Đường tròn nội tiếp △ABC tiếp xúc với BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P. Biết rằng MB=3, MC=2, AN=AP=x& $\widehat{ABC}=60^0$
ⓐ Tính x và bán kính đường tròn nội tiếp △ABC.
ⓑ Tính NP.

CÂU 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45^0$, $\widehat{ACB}=75^0$ và đường phân giác trong AD=4. Tính cạnh AC, BC, AB và bán kính đường tròn ngoại tiếp △ ABC.

CÂU 7. Cho tam giác ABC không vuông, có trực tâm H. Chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC, HBC, HCA và HAB bằng nhau.

CÂU 8. Cho tam giác ABC có AB=6, AC=8 và góc $\widehat{BAC}=60^0$.

ⓐ Tính diện tích △ABC.

ⓑ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp △ABC. Tính diện tích △IBC.

ⓒ Tính bán kính đường tròn nội tiếp △ABC.

CÂU 9. Cho tam giác ABC có $m_b=4$, $m_c=2$ và a=3. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

CÂU 10. Cho tam giác ABC có độ dài ba trung tuyến lần lượt là 15, 18, 27.

ⓐ Tính diện tích tam giác.

ⓑ Tính độ dài các cạnh của tam giác.

CÂU 11. Cho △ABC có a=7, b=8, c=6.

ⓐ Tính cosA, diện tích S, độ dài đường cao h_a và độ dài trung tuyến m_a.

ⓑ Lấy điểm D đối xứng với A qua C. Tính độ dài BD.

CÂU 12. Cho △ABC có AB=10, AC=4 và $\widehat{BAC}=60^0$.

ⓐ Tính chu vi của tam giác.

ⓑ Tính tan$\widehat{ACB}$.

ⓒ Trên tia đối của AB, lấy điểm D sao cho AD=6 và trên tia AC lấy điểm E sao cho AE=x. Tìm x để BE là tiếp tuyến của đường tròn (ADE).

CÂU 13. Cho △ABC có AB=3;AC=5;BC=7. Tính:

ⓐ Góc A và diện tích △ABC.

ⓑ Các đường trung tuyến AM; BN; CP.

ⓒ Các đường cao AA'; BB'; CC'.

ⓓ Bán kính đường tròn nội tiếp và bán kính đường tròn ngoại tiếp.

ⓔ Phân giác trong AD và phân giác ngoài AE.